Kapitel 8: Tonsysteme

Abb. 8.1 Ein anonymer Araber aus dem 14. Jahrhundert versucht die Musikpraxis in das Bild einesnTheorie-Baumes zu fassen!

Tonsysteme beziehen sich auf Struktureigenschaften der in der Musikpraxis vorkommenden Tonhöhen. Eine Musikkultur, in der Tonhöhen keine Rolle spielen, „hat“ kein Tonsystem. Die Frage, ob in einer Musikkultur Tonhöhen eine Rolle spielen, ist nicht immer entscheidbar. Beim Gamelan scheint es nach heutiger Erkenntnis kein Tonsystem zu geben: die von Dorf zu Dorf wechselnden Stimmungen der Instrumente müssen nicht als Tonhöhen-Ordnungen, sondern können auch als ein Lokalkolorit betrachtet werden.

Der Begriff Tonsystem hat etwas Normierendes. Er setzt voraus, dass es in einer Musikkultur für die Tonhöhenordnung des musikalischen Materials Regeln gibt. Solche Regeln können *bewusst* und explizit formuliert oder *unbewusst* gehandhabt werden.. Bewusst gehandhabte Tonsysteme können begründet oder unbegründet tradiert werden. Im Falle einer Begründung kann diese aus mathematisch-physikalischer Sicht richtig oder falsch sein, was aber die Wirksamkeit eines Tonsystems kaum tangiert. Auch unbewusst gehandhabte Tonsysteme können aus der Sicht Außenstehender begründbar sein.

Die Formulierung von Regeln für Tonsysteme sind oft Ausdruck des Versuchs von Theoretikern oder Philosophen, eine Musikpraxis zu verstehen - oder gar zu bewerten. In der arabischen Musik gibt es spätestens seit Ende des 10. Jahrhunderts n. Chr. Versuche, die Musikpraxis, die zahlreiche Zwischentöne und Schleifer kennt, mittels der griechischen Musiktheorie (der pythagoreischen Tradition) zu erklären. Und Paul Hindemith hat noch 1934 eine „natürliche Herleitung“ korrekter Musik entworfen („Unterweisung im Tonsatz“).

8.1. Abendländische Tonsysteme: aus der Obertonreihe abgeleitet

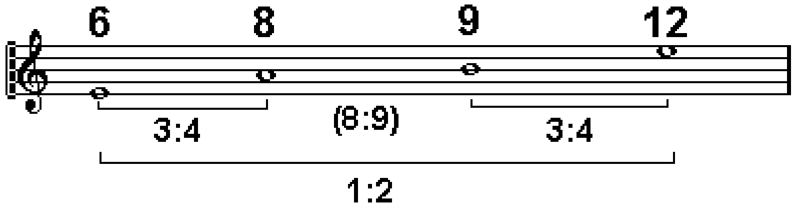
Die Obertonreihe hat zwei Aspekte:

- Sie ist nach ganzen Zahlen(verhältnissen) strukturiert, die sich an Musikinstrumenten zeigen lassen („Teiltöne“, Abschnitt 6.1).
- Sie ist notwendig mit jedem natürlich Ton verbunden, kommt bei Instrumenten in vielfältiger Weise vor und bedingt die klangliche Vielfalt der tönenden Musik („Obertöne“, Abschnitt 6.2).

Beide Eigenschaften können jede für sich oder beide zusammen einer Tonsystem-Konstruktion dienen. Die zweite Eigenschaft wurde erst im 19. Jahrhundert von Fourier entdeckt. Wenn also Pythagoras oder Boethius (ca. 480 - 524 n. Chr.) Tonsysteme aus der Obertonreihe ableiten, so, weil sie ein Tonsystem aus einfachen Zahlenverhältnissen, und nicht, weil sie ein System gemäß der Obertonnatur des Tons haben wollen.

Fall 1: Pythagoras (582 - ca. 496 v. Chr.)

Pythagoras akzeptiert nur Oktav, Quint und Quart (also die untersten 3 Obertöne) als Konsonanz. Alle anderen in der Musikpraxis seiner Zeit vorkommenden Töne sind als „bewegliche“ zwar möglich, aber eben nicht „harmonisch“ (= durch ein Zahlenverhältnis fixiert). Die bei Pythagoras vorkommenden Töne wurden nach der Zahlenformel 6-8-9-12, aus der sich alle vorkommenden Proportionen ergeben, geordnet:



Heute wird mit dem Namen „Pythagoras“ ein Tonsystem verbunden, das alle jeweils benötigten Töne aus einer Abfolge reiner Quinten 2:3 ableitet und bei Überschreitung des Oktavraums Oktavtranspositionen vornimmt:

Pentatonik: **F-C-G-D-A**

Diatonik: **F-C-G-D-A-E-H**

Chromatik: **Ges-Des-As-Es-B-F-C-G-D-A-E-H(-Fis)**

Bei Verwendung des reinen Quintenaufbaus treten folgende Probleme auf:

Alle großen Terzen und damit alle Dreiklänge sind nicht „rein“ im Sinne der Obertöne 4:5:6. Beweis am Beispiel F-A: Von F nach A kommt Pythagoras über 4 Quinten auf- und 2 Oktaven abwärts. Rechnerisch (2:3)*(2:3)*(2:3)*(2:3)/(2*2) = 64:81. Dies ist die pythagoreische große Terz. Man sieht hier, dass 4:5 = 64:80 nicht gleich 64:81 ist. Die „Differenz“ ist das Intervall von 80:81, das „**syntonische Komma**“.

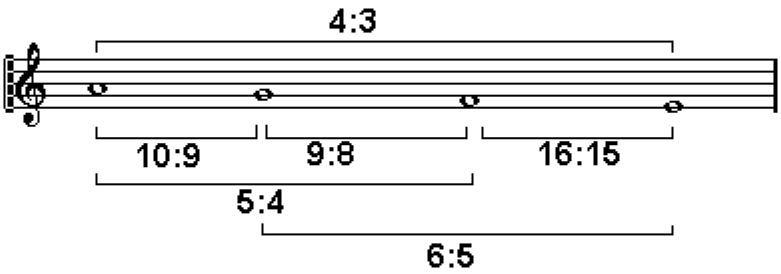
Der **pythagoreische Quintenzirkel** schließt sich nicht, d.h. Fis ist nicht gleich Ges. Beweis: Von Ges nach Fis sind es 12 reine Quinten, also ein Frequenzverhältnis von $(2:3)^{12}$. Man ist dabei aber 7 Oktaven zu hoch gelandet, sodass diese Zahl durch $(1:2)^7$ dividiert werden muss, was auf ein Intervall von $2^{19}:3^{12}$ führt. Es ergibt sich 531441:524288 = ca. 74:73 (etwa ein Achtel Ton). Dies ist das „pythagoreische Komma“.

Ein Vorteil des reinen Quintensystems ist, dass man beliebig im Quintenzirkel modulieren kann und, solange man nur nicht enharmonisch verwechselt (zum Beispiel Dis = Es, Fis = Ges), zwar nie reine Dreiklänge, aber stets reine Quinten und Quintschritte erhält.

Diese Überlegungen sind aber ganz und gar unpythagoreisch. Zwar kannte Pythagoras nur die Quint/Quart/Oktave als harmonische Intervalle, er kannte aber auch die „**beweglichen Töne“** dazwischen mit ihren musiktherapeutischen und spirituellen Wirkungen. Er wäre nie auf die Idee gekommen, diese Zwischentöne in einem „System“ zu fixieren, wie es Ptolemäus wollte. - Die pythagoerische Lehre wirkte im arabischen Kulturraum und von dort nach Indien und wurde von Boethius (ca. 480 - 524 n. Chr.) im heutigen Mitteleuropa tradiert.

Fall 2: Ptolemäus (ca. 2. Jahrhundert n. Chr.)

Ptolemäus geht einen Schritt in der Obertonreihe bis zum 6. Oberton weiter und anerkennt die große Terz 4:5 als harmonisches Intervall. Insgesamt schreibt er folgende Töne auf:

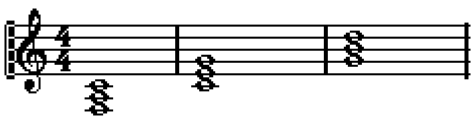


Ptolemäus fixiert auch die „beweglichen Töne“ und nennt drei „Tongeschlechter“:

enharmonisch:	(5:4) * (36:35) * (28:27)	= 4:3
chromatisch:	(32:27) * (243:224) * (28:27)	= 4:3
diatonisch:	(9:8) * (8:7) * (28:27)	= 4:3

Beim enharmonischen Geschlecht wird das Halbtonintervall zwischen großer Terz (4:5) und Quart durch zwei ungleich große Vierteltöne (36:35 und 28:27) aufgefüllt. Wenn 16:15 der „reine“ Halbton ist, dann wäre 32:31 oder 31:30 ein „reiner“ Viertelton, 36:35 ist somit noch kleiner!

Fall 3: Die „reine Stimmung“



Es ist ganz logisch, dass im Zuge einer Verbreitung der „Kadenzharmonik“ ein System bis heute Begeisterung auslöst, in dem doch wenigstens die drei Grunddreiklänge Subdominante-Tonika-Dominante , z.B. C-E-G, G-H-D und F-A-C, rein im Sinne der Proportionen 4:5:6 (also der 4. bis 6. Obertöne) sind. Durch F-A-C-E-G-H-D sind die 7 Töne der diatonischen Skala C-D-E-F-G-A-H-C bereits determiniert. Es kommen die beiden Ganztöne 8:9 und 9:10 und der Halbton 15:16 vor. Die folgende Zahlenreihe erlaubt es, alle Proportionen „hintereinander“ zu schreiben - eine Schreibweise, die bereits Boethius anwandte:

C / D/ E/ F/ G/ A/ H/ C = 24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48

Probleme hat dies zunächst recht schön erscheinende Tonsystem mit den Parallelen: die Quinten D-A, E-G und A-E sind unrein, und somit auch die Molldreiklänge D-F-A und E-G-C und A-C-E. Nimmt man beispielsweise die Quint D-A, so beträgt ihr Frequenzverhältnis nach obiger Reihe 27:40 = 54:80, während die reine Quint 54:81 = 2:3 betragen müsste. Als „Differenz“ taucht hier das schon von Pythagoras her bekannte **syntonische Komma** 80:81 auf.

8.2. Temperierte Tonsysteme

Fall 1: Die „Mitteltönigkeit“

Problem 1: Tonartenwechsel und Modulationen. Wenn MusikerInnen in tonaler Musik über Zwischendominanten durch die Tonarten wandern, so versuchen sie, sofern sie die Tonhöhen frei wählen können, immer wieder, reine Dreiklänge hervorzubringen. Ein größerer Modulationszyklus, der von H-Dur ausgehend sich über E, A usw. bis gegen As, Des und Ges bewegt, wird sich dabei immer mehr von der Ausgangstonlage entfernen. Das ursprüngliche H ist nicht mehr das H des G-Dur-Dreiklangs, und das letzte Ges schon gar nicht mehr die Dominante Fis dieses H's. Ein ViolinspielerIn oder eine SängerIn, die derart in einem Solo musizieren, haben rein gespielt und landen doch nicht mehr in der Tonlage des Orchesters bzw. Klaviers, das sie begleitet. Bereits die in Jazzstandards gebräuchliche Rückkehr aus einer Quintschrittsequenz durch einen Verminderten, etwa

„Autumn Leaves“: A - D - G - C - Verm - H - E (- A...)

oder durch funktional analoge Umdeutung der Durterz in die Septim (3 in Es-Dur zu 7 in A-Dur), etwa

„How High The Moon“: G - C - F - B - Es - A - D (- G...)

bewirkt bei reinem Spiel eine Anhebung der Tonlage.

Problem 2: Reibungen zwischen pythagoreischer und reiner Terz. Die Terz 5:4 der reinen Stimmung unterscheidet sich von der pythagoreischen Terz 81:64 um das syntonische Komma 81:80. In der musikalischen Praxis heißt das, dass beim Modulieren von C in die Parallelen As oder E *nicht* die Terz unter oder über dem Grundton C herauskommt.

Bei der „Mitteltönigkeit“ wird das syntonische Komma „irgendwie“ in mehrere Teile geteilt und so auf die Intervalle der chromatischen Skala verteilt, dass die beiden genannten Probleme etwas verringert sind. Ein Beispiel ist die Lösung, die schon 1523 (bei Pietro Aaron) nachweisbar ist, von den reinen Quinten „ein Viertel syntonisches Komma“ abzuziehen, sodass sich nach Aneinanderreihung von 4 solchen mitteltönig bereinigten Quinten genau eine reine Terz ergibt:

C	G	D	A	E
1	$(3:2)*K$	$(9:8)*K^2$	$(27:16)*K^3$	$(81:64)*K^4 = 5:4$

Die Größe des abzuziehenden Intervalls K konnte nur nach Gehör gehandhabt werden (wir wissen heute, dass es sich als 4. Wurzel aus 81:80 errechnet), sicher war nur, dass $K*K*K*K = K^4 = 81:80$ ist.

Das dieser Art Mitteltönigkeit zugrunde liegende Paradigma ist neu. Gegenüber der reinen, philosophisch begründeten Zahlenlehre wird in der Musikpraxis ein pragmatischer Fehler gemacht, der die Probleme, die sich aus der Zahlenlehre zwingend ergeben, beschönigt. Dieser Paradigmenwechsel war durch eine Musikpraxis notwendig geworden, die sich nicht - mehr? - an der Zahlenlehre orientierte. Am gravierendsten waren die „Komma-Probleme“ bei den Dauerklängen der Orgel. Wie in Abschnitt 3.3 erörtert bilden sich zwischen Intervalltönen, die nicht nach der Obertonreihe gestimmt sind, hörbare Schwebungen. Zum Beispiel: Wird die Terz c-e rein gespielt, so ist der 5. Oberton e“ des g identisch mit dem 4. Oberton e“ des e. Ist die Terz pythagoreisch, so liegen die beiden e“s dicht beieinander und schweben...

Fall 2: Das 12-temperierte Tonsystem

Grundidee der 12-Temperierung ist es, das Intervall 2:1 der Oktav in 12 genau gleich große Intervalle zu teilen, um nachträglich aus diesen Bausteinen alle Intervalle der chromatisch-diatonischen Musik zusammenzusetzen. Das Frequenzverhältnis I des gesuchten Intervalls muss 12 Mal in die Oktave passen, was bedeutet:

$$I * I * I * \ \dots * I = I^{12} = 2:1 = 2$$

Dies ist eine implizite Definition von I. I ist durch diese Definitionsgleichung eindeutig bestimmt und heißt „**12. Wurzel aus 2**“, wofür es verschiedene Schreibweisen gibt:

$$2^{1/12} = 2\uparrow(1/12) = 2\text{^}(1/12) = EXP((1/12)*LN(2)) = \sqrt[12]{2}$$

Je nach Rechner ist eine dieser Schreibweisen zu verwenden, in jedem Falle wird der Rechner für I den Zahlenwert **1,0594630944542587** ausgeben. Das sind ca. 5,95%.

Ein 12-temperiertes Intervall, das aus N solchen „Halbtonschritten“ besteht, hat die Verhältniszahl I^N oder EXP((N/12)*LN(2)). Zum Beispiel: N=7 entsprechen der Quint und ergeben EXP(7/12)*LN(2)) = 1,4983070767484605. Dies Intervall ist also etwas kleiner als die reine Quint 3:2 = 1,50.

Die 12-temperierten Intervalle weichen von den reinen *mehr oder weniger* ab. Die „Differenz“ zwischen den reinen und 12-temperierten Intervallen zeigt die Tabelle:

Nr.	*reiner Wert*	*temp. Wert*	*„Differenz“*
2	(9:8) 1,125	1,122462	0,2261058%
3	(6:5) 1,2	1,1892071	0,90756984%
4	(5:4) 1,25	1,2599211	0,78743426%
7	(3:2) 1,5	1,4983070	0,11298907%
10	(9:5) 1,8	1,7817974	1,0215843%
11	(16:15) 1,875	1,8877486	0,67533492%

Die „Differenzen“ erscheinen relativ unbedeutend, zumal der JND (der gerade noch hörbare Tonhöhenunterschied bei Sinustönen vgl. Abschnitt 3.4) zwischen 3 % bei 100 Hz und 0,5 % bei 2000 Hz liegt. Bei gleichzeitig erklingen Tönen jedoch ergeben sich Schwebungen.

Das 12-temperierte Tonsystem hat sich bekanntlich in Mitteleuropa in der Zeit zwischen Bach und Beethoven durchgesetzt. Nachdem es theoretisch formuliert war, ergaben sich in der Klavierstimmpraxis immer noch erhebliche Probleme. Johann Sebastian Bach soll nach Gehör gestimmt haben, „und war so geübt in dieser Arbeit, dass sie ihm nie mehr als eine Viertelstunde kostete. Dann waren aber auch, wenn er phantasierte, alle 24 Tonarten sein, er machte mit ihnen, was er wollte“ (J. N. Forkel, Bach-Biografie 1802). Mozarts Klavier war noch nicht vollständig temperiert, sodass f-Moll und e-moll unterschiedlich große Intervalle verwendeten. Die Temperierung ist immer als ein Kompromiss betrachtet worden. Alle Argumentationen für reine Tonsysteme, die die philosophische oder ästhetische Bedeutung ganzer Zahlen beschworen, halfen nichts gegen die Pragmatiker des temperierten Systems.

Während die Zwölftonmusik nach Meinung ihres Erfinders Arnold Schönberg die musikalische Konsequenz aus der Temperierung gezogen hat, haben in den letzten Jahren Tonstudios den Klangfarbenunterschied zwischen einem temperierten und reinen Intervall oder Dreiklang entdeckt. Es gibt heute Computerprogramme, die, bevor ein am Keyboard angeschlagener Akkord gespielt wird, seine Intervallstruktur analysieren, die Tonerzeuger so rein wie möglich stimmen und dann erst den Akkord senden.

1500 Jahre vor der abendländischen Diskussion um die Temperierung hatten chinesische Gelehrte und Fürsten sich des Problems angenommen und es erstaunlich gut gelöst. Ching Fang gibt 45 v. Chr. an, man solle die reine Quint 51 Mal aneinanderreihen, um eine temperierte Septime (einen temperierten Ganzton abwärts) zu erhalten. In der Tat ist der entsprechende Wert mit 999,7 statt 1000 Cent besser als alles, was zur Zeit Beethovens Klavierstimmer sich erträumten. Prinz Chu Tsai Yü gibt 1595 eine Liste von Saitenlängenverhältnissen an, die temperierte Intervalle repräsentieren:

1 000 000 000 : 943 374 312 : 890 898 718 : 840 896 415 : ...

was auf ein Intervall von 1,0590 hinausläuft, das der 12. Wurzel aus 2 mit 1,0595 sehr nahe kommt. Der Prinz soll mit diesen Millionenbeträgen den Wert 750:749 aus dem Jahre 289 n. Chr. verbessert haben, der als „zwölfter Teil des pythagoreischen Kommas“ ein Intervall darstellte, um das man die reine Quint (von 702 Cent) vermindern muss, um eine temperierte Quint (von 700 Cent) zu bekommen.

Fall 3: Microtuning

Die universelle Berechnungsformel für ein N-temperiertes System lautet

$$\mathbf{I = EXP((1/N)*LN(2)) = 2^{(1/N)}}$$

und kann nun auf alle nur denkbaren Teilungen der Oktav angewandt werden. Ein Beispiel ist „**Cent**“:

N = 1200, d.h. Teilung der Oktav in 1200, des Halbtons in 100 temperierte Kleinstintervalle. Cent ist die Maßeinheit der musikethnologischen Forschung.

Intervallbezeichnung	*Intervallgröße*	*Intervall in Cent*
große Terz, rein	5:4	386 Cent
große Terz, temperiert	$2^{4/12}$	400 Cent
große Terz, pythagoreisch	81:64	408 Cent
syntonisches Komma	81:80	22 Cent

Ein weiteres Beispiel wäre das bereits besprochene „**Pitch-Bend**“ mit N=384 (Experiment 3.4). Aus Gründen der Digitallogik teilt das „Microtuning“ des Synthesizers DX 7 von Yamaha die Oktave in 1024 Teile (entsprechend 10 Bit). Dafür kann bei den Yamaha-Instrumenten jede Keyboardtaste absolut frei eingestellt werden, was bei Tonsystemen *ohne* reine Oktaven dann die einzige Rettung ist (siehe unten „Bremens Gamelan“). Cent-Mikrotuning innerhalb einer reinen Oktav bieten heute alle Modell der „Soundcanvas“-Serie von Roland und fast alle Synthesizer von Korg an. Tonsysteme-Bastler sind also gut bedient.

Fall 4: Stockhausens „Studien“

Karlheinz Stockhausen hat in seiner elektronischen „Studie II“ ein temperiertes Tonsystem verwendet, das nicht von der Oktave 1:2, sondern vom Intervall 1:5 (also 2 Oktaven plus Terz) ausgeht. Dies Intervall wurde in 25 temperierte Intervalle unterteilt, sodass die Frequenzverhältnisse statt „12. Wurzel aus 2“ nun „25. Wurzel aus 25“ heißen. Die in diesem Tonsystem konstruierten Sinuston-Akkorde nannte Stockhausen „Tongemische“ (PLAY: Studie II. PLAY: Aufbau einesTongemischs.) Die Tabelle zeigt, dass dies abwegige Tonsystem „recht nahe“ bei der 12-Temperierung der Oktav liegt:

Tonhöhenmaterial der Studie II: fett.
12-Temperatur: dünn.

0	**100**	100	**500**	423.78524
1	**106.64949**	105.94631	**533.24747**	448.98482
2	**113.74115**	112.2462	**568.70573**	475.68285
3	**121.30436**	118.92071	**606.52179**	503.96842
4	**129.37048**	125.99211	**646.85242**	533.93594
5	**137.97297**	133.48399	**689.86483**	565.68542
6	**147.14747**	141.42136	**735.73735**	599.32283
7	**156.93203**	149.83071	**784.66017**	634.96042
8	**167.36722**	158.74011	**836.8361**	672.71713
9	**178.49629**	168.17928	**892.48147**	712.71897
10	**190.36539**	178.17974	**951.82697**	755.09945
11	**203.02373**	188.77486	**1015.1186**	800
12	**216.52378**	200	**1082.6189**	847.57048
13	**230.92152**	211.89262	**1154.6076**	897.96964
14	**246.27663**	224.49241	**1231.3832**	951.36569
15	**262.65278**	237.84142	**1313.2639**	1007.9368
16	**280.11786**	251.98421	**1400.5893**	1067.8719
17	**298.74428**	266.96797	**1493.7214**	1131.3708
18	**318.60927**	282.84271	**1593.0463**	1198.6457
19	**339.79517**	299.66142	**1698.9759**	1269.9208
20	**362.38983**	317.48021	**1811.9492**	1345.4343
21	**386.48692**	336.35857	**1932.4346**	1425.4379
22	**412.18635**	356.35949	**2060.9317**	1510.1989
23	**439.59466**	377.54973	**2197.9733**	1600
24	**468.82548**	400	**2344.1274**	1695.141

8.3. Außereuropäische Tonsysteme

Fall 1: Indonesische Gamelan-Musik

Die indonesische Gamelan-Musik kennt keine Theoriebücher aber Instrumente, die aus Bronze sind. Daher besteht über den Tonhöhenvorrat dieser Musik kein Zweifel. Indessen scheint jedes Dorf einen eignen Tonhöhenvorrat zu besitzen. Man ist heute der Meinung, dass es kein generelles Tonsystem in Java oder Bali gibt und dass die vorkommenden Tonhöhen nicht zufällige Abweichungen von einem zwar angestrebten, aber nicht erreichten Ideal sind. Vielmehr ergibt jede Stimmung einen eigentümlichen Klangcharakter, der „für sich steht“.

Im Überseemuseum Bremen stehen zwei Gamelan-Orchester. Beide wurden von der Werkstatt des Königshofes Mangkunagaran von Surakarta (Java) gekauft. Das 1979 gekaufte ist ein fünftöniges **Slendro**, das 1993 gekaufte ein siebentöniges **Pelog**. Das Slendro ist als Auswahl des Pelog gestimmt, d.h. Pelog erweitert die Töne des Slendro um zwei (und zwar die Nummern 4 und 7). Im Rahmen eines Kompositionsauftrags aus Anlass des 100-jährigen Jubiläums des Überseemuseums habe ich alle Instrumente vermessen, die kompletten Sounds „spielfertig“ ins Internet gestellt (www.uni-oldenburg.de/musik/gamelan) und drei live zu spielende Synthesizern danach gestimmt. Die Messergebnisse lauteten:

Gong Nr.	*Frequenz (Hz)*	*Intervall (Cent)*	*Abweichung (Cent)*
1 tief	271	0	Cis- 39
2 tief	316	266	Dis + 27
3 tief	365	251	Fis - 24
5 tief	411	205	Gis - 8
6 tief	465	214	Ais - 4
1 mittel	544	270	Cis - 34
2 mittel	638	280	Dis + 46
3 mittel	737	289	Fis - 7
5 mittel	839	224	Gis + 17
1 hoch	1113	490	Cis + 7
2 hoch	1323	299	Dis + 106
5 hoch	1733	466	A - 28

Ersichtlich sind die Oktaven nicht rein (1:2) und sind die Intervalle innerhalb einer Oktave auch nicht in allen Tonlagen gleich. Zur interaktiven Gamelanseite (alle Bremer Instrumente online spielbar!)

Fall 2: Indische Ragas

Die indische Musik hat ein sehr ausgearbeitetes und theoretisch gut dokumentiertes Tonhöhensystem. Ein Musikstück der klassischen indischen Musik ist eine geregelte Improvisation über einen Rag, der eine ganz bestimmte Abfolge von Tonhöhen darstellt. Die Ragas haben Namen, Bedeutungen und Stimmungsgehalte. Der Tonhöhenvorrat von in der Regel 7 Tönen pro Oktav speist sich aus Mini-Intervallen, die man schon in der altindischen Musik „shruti“ nannte. Die Oktav habe 22 shruti, die Quint 13 und die Quart 9 („Natyasastra“, 1. Jh. n.Chr.). Die Tonhöhenstufen haben die Namen sa-ri-ga-ma-pa-dha-ni. Es gibt Tabellen, Handbücher (Joep Bor’s „The Raga Guide“ , Rotterdam 1999 mit 4 CD, die auch typische Improvisationen zeigen) und seit 1997 in Oldenburg eine Datenbank für Ragas. PLAY: ein „Purvi“.

Indische Theoretiker (z.B. Ramamatya 1550 im Buch „Svaramelakalanidhi“) lehnen sich weitgehend an Pythagoras gemäß folgender Tabelle an:

Nr.	*Name*	*Berechnung*	*Verhältnis*	*Cent*	*Cent-Differenz*
0	C	-	1:1	0	0
1	Des	5 Qui abw.	256:243	90	90
2	D	2 Qui aufw.	9:8	204	114
3	Es	3 Qui abw.	32:27	294	90
4	E	4 Qui aufw.	81:64	408	114
5	F	1 Qui abw.	4:3	498	90
6	Fis	- temperiert -	-	(600)	
7	G	1 Qui auf	3:2	702	204
8	As	4 Qui ab	128:81	792	90
9	A	3 Qui aufw.	27:16	906	114
10	B	2 Qui abw.	16:9	996	90
11	H	5 Qui aufw.	243:128	1110	114
12	C	-	2:1	1200	90

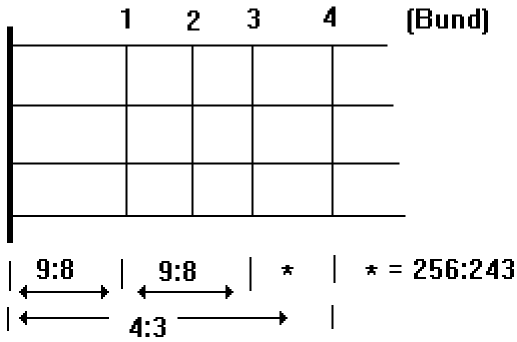
Einer der bekannteste Rags heißt „**Bhairav**" und wird im „Raga Guide" mit C-Des-E-F-G-As-H-C angegeben. Diese Skala, die in der arabischen Musik als „Higaz" und in den jüdischen „shteygers" als „freygish" („jüdisch-phrygisch") vorkommt, ist charakterisiert durch den Halbton über dem Grundton mit nachfolgender übermäßigen Sekunde. (Man kann auch von harmonisch-g-Moll mit Grundton C statt G sprechen). Im „Neuen Handbuch Musikwissenschaft" (Laaber 1984), Band 8, schreibt Heinz Zimmermann zu dieser Intervallfolge:

sa	**ri**	**ga**	**ma**	**pa**	**dha**	**ni**	**sa**	(Tonname)
90	**294**	**114**	**204**	**90**	**204**	**204**		(Intervall in Cent)

Diese Angaben sind ganz eindeutig „pythagoreisch!

Fall 3: Tonsysteme der arabisch-persisch-türkischen Musik

Auch im arabischen Kulturraum gibt es eine hoch artifizielle Musikpraxis, an der sich Theoretiker seit Jahrtausenden die Zähne ausbeißen. Die arabische Musik ist strikt monodisch - einstimmig - und kennt daher das abendländische Problem der „reinen Dreiklänge" nicht. Dafür aber ist die Melodik ausgesprochen raffiniert. Die Frage, die sich alle Theoretiker stellten, ist, nach welchen Regeln die Musiker singen und spielen, und, wie brauchbare Musikinstrumente gebaut und gestimmt sein müssen. Die ältesten theoretischen Abhandlungen arabischer Tonsysteme besprechen daher auch meist die Stimmung der Lauten „Du" (zum Beispiel „Risala fi l-musiqi", ca. 900 n. Chr. siehe Abbildung!).

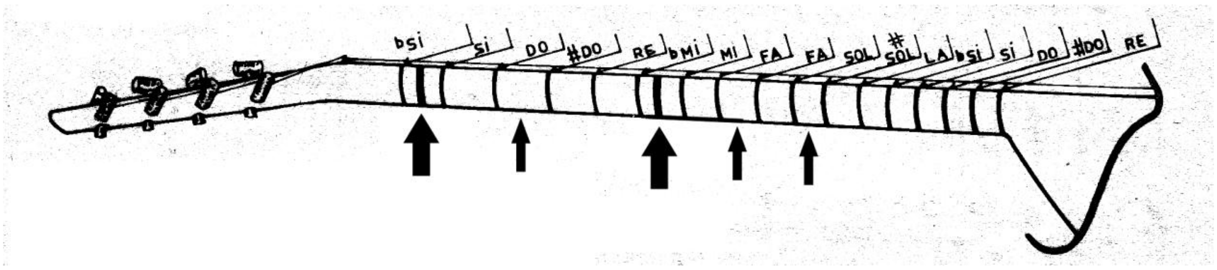


Berechnungen zur arabischen Ud (um 906 n.Chr.)

Neben den hier am Beispiel der Du-Bünde dargestellten einfachen Verhältnissen, gibt es in ader arabisch-persisch-türkischen Musik bekanntlich „**Vierteltöne**" – was in vieler Beziehung eine nicht-korrekte Ausdrucksweise ist. *Erstens* zeigen die Bünde universell einsetzbarer Instrumente zwar viele Intervalle, die kleiner als ein temperierter Halbton sind, ein konkretes Musikstück verwendte jedoch niemals Skalen mit mehr als 7 Tonstufen pro Oktave. *Zweitens* kommen in solch einer siebenstufigen Skala nie Intervallfolgen vor, die kleiner als ein Halbton sind. Die Mini-Intervalle treten stets nur als Trübungen anderer größerer Intervalle auf. Das faktisch einzige Intervall, dass anders als im 12-temperierten System ist, ist ein „Dreivierteltón", d.h. ein um einen „Viertelton" erhöhter Halbton. *Drittens* suggeriert die Bezeichnung „Viertel", dass hier ein (temperierter) Halbton nochmals (temperiert) „halbiert" wäre. Dies ist aber in der Praxis nicht der Fall, auch wenn moderne Instrumente in Anlehnung an die mitteleuropäische Gitarre mit ihren temperierten Bünden, ebenfalls temperierte Bünde aufweisen.

Ein Instrument zeigt also in Form der Bünde einen Tonvorrat, aus dem die Skala eines konkreten Musikstücks 7 Tonstufen auswählt und alle anderen unberücksichtigt lässt. Wir untersuchen eine **moderne Saz**, wie sie heute von Deutschtürken verwendte wird (Abbildung 5.12!). Man sieht, dass es neben einer mitteleuropäischen 12-Temperierung der Bünde an einigen Stelle nochmals eine – nach Augenmaß: temperierte – Unterteilung gibt. In der „Bağglama-Büyük Metod" von Güray Taptık Yayınları sind auf der A-Seite nur das Intervall zwischen B und H (also 1. und 2. 12-temperierter Bund) und Es und E (also 6. und 7. 12-temperierter Bund) unterteilt, bei meiner Bağlama (= „Saz"), die Abbildung 5.12 zu sehen ist, gibt es noch zwei weitere Unterteilungen, sodass insgesamt neben den

12-temperierten noch weitere 5 Bünde eingezogen sind, zusammen also 17 (Bild aus der erwähnten Bağlama-Schule:



Dicke Pfeile sind die gebräuchlichsten Unterteilungen, die dünnen Pfeile kommen ganz selten zum Zuge (eher bei der Verwendung anderer Tonarten). Eine Messung der Bundabstände ergibt:

Bund	Tonname	Bundabstand	Intervall	in Cent
0	a (la)	0		
1	b	4,7	1,057	96,1
2	ƀ	2,5	1,031	53,4
3	h (si)	2,4	1,031	52,9
4	c (do)	3,9	1,053	89,5
5	**c+**	2,7	1,038	64,8
6	cis	1,8	1,026	44,6
7	d (re)	3,7	1,057	95,4
8	es	3,5	1,057	95,4
9	**es-**	1,7	1,028	48,3
10	e (mi)	1,9	1,033	55,6
11	f (fa)	2,8	1,051	85,4
12	**f+**	2,1	1,039	66,9
13	fis	1,4	1,027	46,1
14	g (sol)	2,8	1,057	96,0
15	gis	2,5	1,054	90,5
16	**gis+**	1,8	1,040	68,2
17	a (la)	1,4	1,032	55,0
halbe L		43,6		1204,0

Die Saiten der hier vermessenen Saz waren 87 cm lang, der Oktav-Bund lag bei 43,6 cm. Die Bundabstände sahen sehr gleichmäßig „logarithmisch“ aus, eine Messung ergab jedoch, dass fast alle nicht unterteilten Halbtonschritte zu klein waren (95 Cent statt 100 Cent), zugleich aber die unterteilten Halbtonschritte zu groß waren (2 mal 53 = 106 Cent, 65 + 44 = 109 Cent usw.). Es ist zu vermuten, dass die Bünde „nach Gehör“ angelegt worden sind. Sie sind sogar (wie bei einer Sitar)beweglich, da sie aus eng geknüpftem Saitenmaterial bestehen.

Die bei DeutschtürkInnen beliebteste *musikalische Skala* ist eine, bei der der 2. Bund statt des 1. oder 3. Bundes verwendet wird, d.h. das Intervall zwischen a und c wird durch das ƀ „gleichmäßig“ unterteilt. Eine andere Schreibweise für das nur um einen Viertel Ton erniedrigte h ist b^2.

In der bereits anlässlich des indischen Rags „Bhairav“ erwähnten arabischen Skala „**Hiğaz**“ (von a aus als a – b – h – c – usw. notiert) wird das übermäßige Intervall b – h dadurch „abgemildert“, dass statt b nur ein ƀ gewählt wird, dadurch wird aus der Intervallfolge 1/2 - 3/2 – 1/2 - usw. die Intervallfolge 3/4 - 5/4 – 1/2- usw. (nach Frederic Lagrange „Al-Tarab“, Heidelberg 2000, S. 146).

Es gibt mehrere Theorien arabischer Musikwissenschaftler darüber, wie die Zwischentöne der arabischen Musik „herzuleiten“ seien. Einige interpretieren alle Zwischentöne als Folge eines auf 21 Quintschritte erweiterten pythagoreischen Quintenzirkels (Supi Ezgi: „Nazari ve Ameli Türk Musikisi“, Istanbul 1953). Andere gehen von echten Vierteltönen aus, die auf der Unesco-Bärenreiter-LP-Serie von Alain Danielou mit 25:24 angegeben werden.

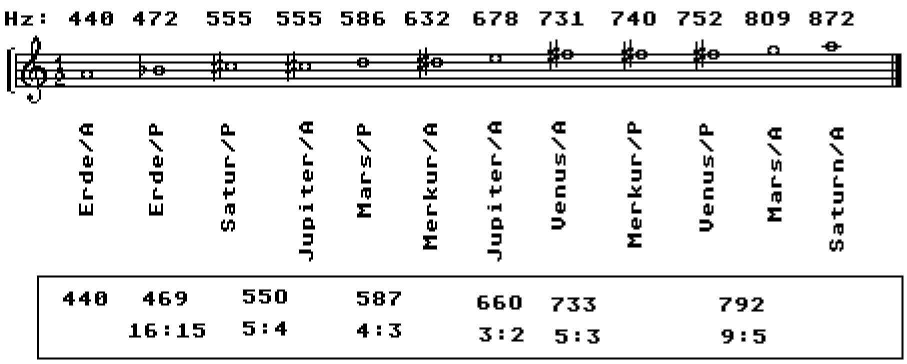
8.4. Kosmische Tonsysteme

Fall 1: Johannes Keplers Harmonia Mundi

Johannes Kepler (1571-1630) geht erstmals in der Astronomie bei den Berechnungen kosmischer Tonsysteme vom heliozentrischen Weltbild (Kopernikus 1473-1543) aus und wendet die von ihm selbst entwickelten Planeten-Bewegungsgesetze an, die noch heute Gültigkeit haben. Zugleich jedoch dient ihm all diese „Aufklärung“ dem Zweck, die „göttliche Ordnung“ in der *musica mundana, musica humana und musica instrumentalis* (der Sphärenmusik, der menschlichen Lebensharmonie und der Instrumental- und Vokalmusik) zu begründen. Kepler geht alle nur denkbaren mathematischen Beziehungen zwischen Planetendaten (wie Umlaufzeit, Bahngeschwindigkeit, Sonnenentfernung, Winkelgeschwindigkeit) durch und verwirft jene, die sich als nicht „ordentlich“ im Sinne seiner Harmonie-Vorstellung erweisen. „Göttliche Ordnung“ findet er letztendlich in den Verhältnissen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Planeten im sonnenfernsten und sonnennächsten Punkt ihrer elliptischen Umlaufbahn, in Aphel und Perihel. Hier die Messergebnisse, die eine Leistung jahrelanger Präzisionsarbeit darstellen:

Planet	*Aphel*	*Aph:Perih*	*Perihel*
Saturn	1’48“	4:5	2’15“
Jupiter	4’30“	5:6	5’30“
Mars	26’14“	2:3	38’1“
Erde	57’3“	15:16	61’12“
Venus	94’50“	24:25	97’37“
Merkur	164’0“	5:12	384’0“

Wir rechnen die hier angegebenen Proportionen ausgehend vom „Kammerton“ Erde(Aphel) = 440 Hz in Frequenzen um:



Die nächstliegenden reinen Intervalle

Das entstehende Tonsystem ist im Sinne der abendländischen Musik indessen vollkommen unbrauchbar. Das Ergebnis zeigt, dass man sich entweder von der Vorstellung lösen muss, „Sphärenmusik“ sei etwas harmonikal Einfaches, oder dazu übergehen muss, Sphärenmusik lediglich symbolisch zu nehmen, wie es die Pythagoreer nach heutigem Verständnis auch getan haben.

Fall 2: Hans Coustos „Planetentöne“

Keplers Größen sind weder anschaulich, noch direkt erlebbar. Die periodischen Bewegungen der Erde um die Sonne (Periode 1 Jahr), des Mondes um die Erde (Periode 1 Monat) oder der Erde um die eigne Achse (Periode 1 Tag) sind jedoch für alle Lebewesen gut erlebte Biorhythmen. In erweitertem Sinne können auch die Umlaufzeiten der Planeten um die Sonne Perioden von biorhythmischer Bedeutung sein. Der Nachteil der genannten Perioden ist, dass sie zwischen 86 400 sec (= 1 Tag) und 7 839 694 000 sec (= Umlaufszeit des Pluto um die Sonne) liegen, also so groß sind, dass sie Welten von den Perioden akustischer Schwingungen getrennt sind. Um eine Verbindung dieser Welten herzustellen, hat Hans Cousto 1979 das „Kosmische Gesetz der Oktav“ formuliert, das besagt: „Periodizitäten, die sich durch Oktavierung auseinander ergeben, sind wirkungsverwandt“. Die Wirkung der Mond-Periode ist verwandt der Wirkung eines Tons mit der Frequenz 210,42 Hz, weil dieser Ton die Periode der 29. Oktave der Mondperiode von 2508 268 sec hat. Die folgende Liste zeigt die Perioden der Planeten um die Sonne und die Frequenzen von oktavverwandten Tönen:

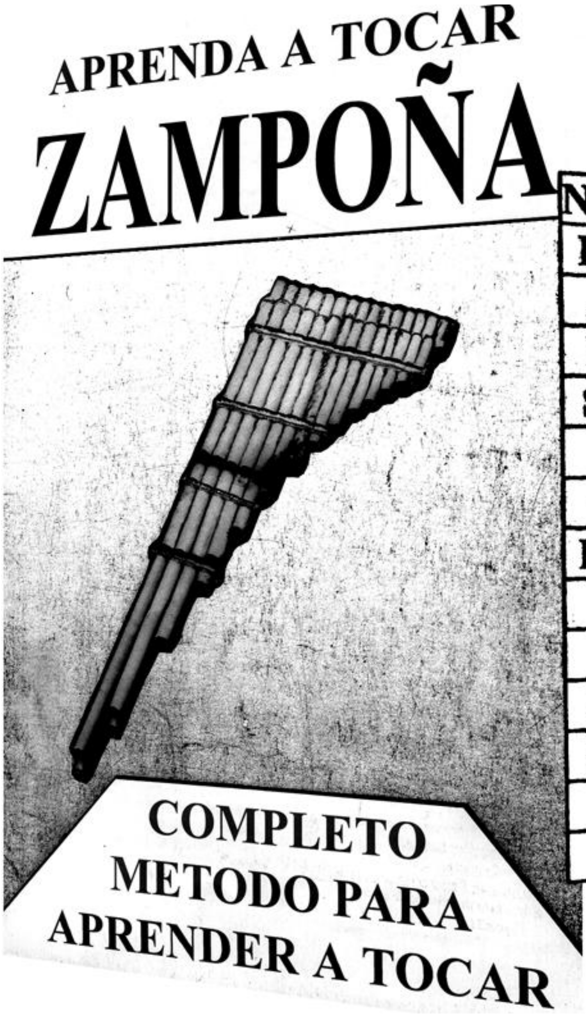
Gestirn	Periode in sec	Oktavierung	Frequenz in Hz
Merkur	7600521	30	141,27
Venus	19414149	32	221,23
Erde	30900691	32	136,10
Mars	59355107	33	144,72
Jupiter	374335600	36	183,58
Saturn	929595740	37	147,85
Uranus	2651264400	39	207,36
Neptun	5200212100	40	211,44
Pluto	7839694100	40	140,25

Zum Beispiel Merkur: 30 Oktavierungen bedeuten eine Multiplikation mit 2^{30} (=1073741824). Die Merkur-Periode beträgt 7600521 sec, die Merkurfrequenz f_m folglich 1/Merkurperiode = 0,0000001315699 Hz. Der Merkurton hat dann die Frequenz $(f_m)*2^{30}$ = 141,72 Hz.

Die „Planetentöne“ sind seit Joachim Ernst Berendts „Nada Brahma“ und seinen Monochord-Meditations-CD’s zum Kernbestand der Eso-Szene geworden: nach ihnen werden Gongs, Klangschalen, Baby-Beruhigungs-CD’s, Mind-Mashines und ... das MIDI-Planetarium (siehe Kapitel 11.4) „gestimmt“ (PLAY: Demo-Video). Die einfachste Download-Möglichkeit der Planetentöne ist www.uni-oldenburg.de/musik/planet/cousto.html , die aber aus geschäftlichen Gründen von der „Cousto-Firma“ Planetware gar nicht gerne gesehen wird.

Das Gesetz der Oktav von Hans Cousto greift ein Modell auf, das Kepler erwähnt und aufgrund der allzu „ungöttlichen“ Ergebnisse verworfen hat. Oktaviert man etwas weniger oft als in der Tabelle angegeben, so erhält man musikalisch brauchbare Rhythmen, setzt man die Oktavierung fort, so gelangt man in den Frequenzbereichs der Spektralfarben – ein weites Feld esoterischer Spekulation!

Panflöten



NOTA	Longitud aprox.	Diámetro aprox.
RE 3	28,5 cm.	1,55 cm.
MI	25,5 cm.	1,5 cm.
FA#	22,5 cm.	1,45 cm.
SOL	21,5 cm.	1,45 cm.
LA	19 cm.	1,4 cm.
SI	17 cm.	1,35 cm.
DO 4	16 cm.	1,3 cm.
RE	14 cm.	1,25 cm.
MI	13 cm.	1,2 cm.
FA#	11 cm.	1,15 cm.
SOL	10,5 cm.	1,1 cm.
LA	9,5 cm.	1,05 cm.
SI	8,5 cm.	1 cm.

Diese lateinamerikanische Panflötenschule gibt prototypische Längen an: Überprüfe dies und ordne die „Notas" den Pfeifen der abgebildeten Flöte zu!